

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014

MÔN: TOÁN - KHỐI A, A1

Câu 1.

a. Khảo sát hàm số

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$

1. Tập xác định: $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

2. Sự biến thiên

a) Đạo hàm

$$y' = \frac{(x-1).1 - (x+2).1}{(x-1)^2}$$

$y' = 0 \Leftrightarrow$ vô nghiệm, hàm số không có cực trị

b) Giới hạn và các đường tiệm cận

+ Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$$

\Rightarrow đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

+ Giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$$

\Rightarrow đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho

c) Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	0	-	- 0
y	1	$+\infty$	1

d) Chiều biến thiên và các cực trị

+ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

+ Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$

3. Đồ thị

a) Giao điểm của đồ thị hàm số với hệ tọa độ

+ Giao điểm của hàm số đối với trục Ox

$$y = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

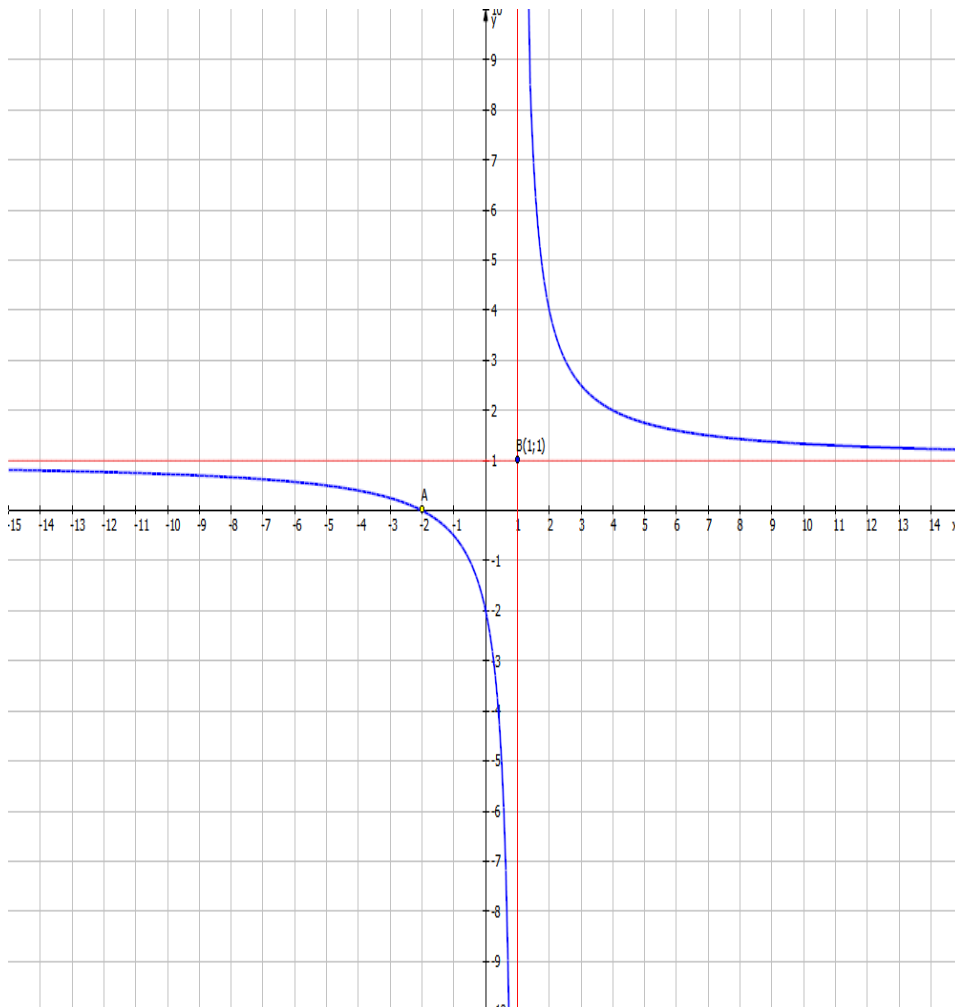
+ Giao điểm của hàm số đối với trục Oy

$$x = 0 \Leftrightarrow y = -2$$

b) Nhận xét

+ Đồ thị hàm số nhận giao điểm B (1;1) của 2 tiệm cận làm tâm đối xứng

c) Vẽ đồ thị hàm số



b.

Vì $M \in (C)$ nên ta có $M\left(x_0 + 1, \frac{x_0 + 3}{x_0}\right)$

Ta có khoảng cách từ M đến $y = -x(\Delta)$ là $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow d_{(M, \Delta)} = \frac{\left|x_0 + 1 + \frac{x_0 + 3}{x_0}\right|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \left|\frac{x_0^2 + x_0 + x_0 + 3}{x_0}\right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 2x_0 + 3 = 2x_0 \\ x_0^2 + 2x_0 + 3 = -2x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 3 = 0 \text{ (vong)} \\ x_0^2 + 4x_0 + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow M(0; -2)$

Với $x_0 = -3 \Rightarrow M(-2; 0)$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán $M(0; -2), M(-2; 0)$

Câu 2

$$\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x.$$

$$\Leftrightarrow \sin x + 4 \cos x = 2 + 2 \sin x \cos x.$$

$$\Leftrightarrow \sin x - 2 = 2 \cos x (\sin x - 2).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 2 \text{ (loại)} \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 3: Xét phương trình $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính

$$\text{là } S = \int_1^2 |(2x + 1) - (x^2 - x + 3)| dx = \int_1^2 |-x^2 + 3x - 2| dx = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2x\right) \Big|_1^2 = \frac{1}{6}$$

Câu 4.

a. Giả sử số phức $z = a + bi$ (a, b thuộc \mathbb{R}) $\rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Theo bài ra, ta có

$$z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$$

$$\Leftrightarrow a + bi + (2 + i)(a - bi) = 5i + 3$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2a - 2bi + ai - bi^2 = 5i + 3$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2a - 2bi + ai + b = 5i + 3$$

$$\Leftrightarrow 3a + b + i(a - b) = 3i + 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy số phức phần thực là 2 và phần ảo là -3

b. Số cách chọn 4 thẻ trong 16 thẻ là: C_{16}^4

Gọi A = “4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn”

Ta có:

Từ 1 đến 16 tập các số chẵn là: $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

\Rightarrow Có 8 số chẵn

\Rightarrow Số cách chọn để cả 4 thẻ đều là số chẵn là C_8^4

\Rightarrow Xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn là: $\frac{C_8^4}{C_{16}^4} = \frac{1}{26}$

Câu 5. (P) $2x + y - 2z - 1 = 0$

(d) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$

Giao điểm d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z - 1 = 0 \\ \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 2z = 1 \\ -2x + y - y = 0 \\ 3y + 2z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 2z = 1 \\ -2x - y = -y \\ 3y + 2z = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7/2 \\ y = -3 \\ z = 3/2 \end{cases}$$

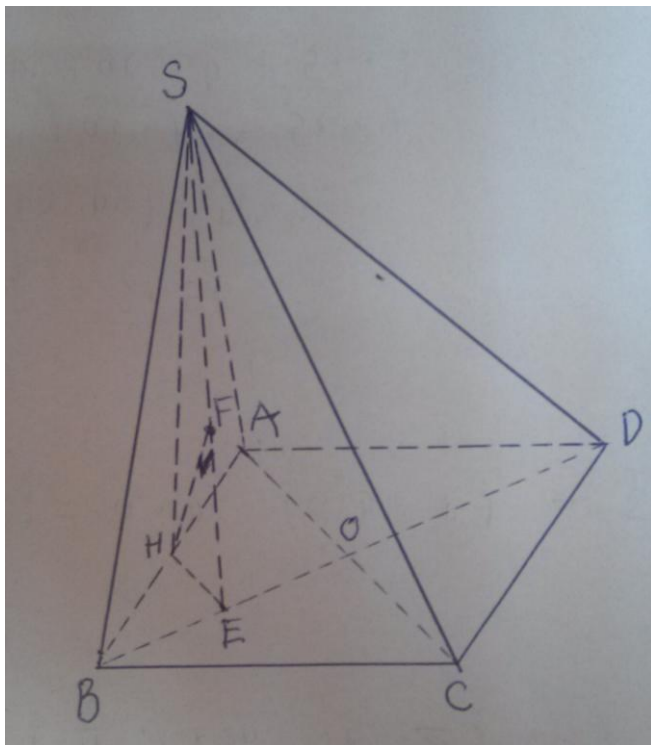
$$\vec{u}_d = (1; -2; 3); \vec{n}_{(P)} = (2; 1; -2)$$

$$\Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (1, 8, 5)$$

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là (1,8,5)

$$\Rightarrow \text{Mặt phẳng cần tìm là } \left(\left(x - \frac{7}{2}\right) + 8 \cdot (y + 3) + 5 \cdot \left(z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow x + 8y + 5z + 13 = 0.\right.$$

Câu 6



Gọi H là hình chiếu của S lên ABCD.

Ta có ΔAHD vuông tại A

$$\Rightarrow HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Xét ΔSHD vuông tại H

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt)}$$

b. Ta có: $AB = 2AH \Rightarrow d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD))$

$$\text{Từ H kẻ } \begin{cases} HE // AC \\ (E \in BD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HE \perp BD \text{ (do } BD \perp AC) \\ EB = EO = \frac{OB}{2} = \frac{BD}{4} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHE) \Rightarrow (SHE) \perp (SBD)$$

Từ H kẻ $HF \perp SE$ ($F \in SE$) $\Rightarrow HF \perp (SBD)$ hay $HF = d(H, (SBD))$

Xét ΔABO có HE là đường trung bình $\Rightarrow HE = \frac{AO}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

Xét Δ vuông SHE vuông tại H:

$$\Rightarrow \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{8}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow HF = \frac{a}{3} \Rightarrow d(H, (SBD)) = \frac{2a}{3}$$

Câu 7

Gọi độ dài cạnh hình vuông là m. E là hình chiếu vuông góc của M lên CD.

Gọi F là giao điểm của MN và CD, theo định lí Talet ta có: $\frac{FC}{MA} = \frac{NC}{NA} = \frac{NF}{MN} = \frac{1}{3}$.

Ta có: $\overrightarrow{NM} = -3\overrightarrow{NF}$. Gọi $F(x,y)$, ta có:
$$\begin{cases} 1-2 = -3(x-2) \\ 2-(-1) = -3(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow F(\frac{7}{3}; 0).$$

Mặt khác: $\frac{MA}{FC} = 3 \Rightarrow FC = \frac{1}{6}m \Rightarrow EF = \frac{m}{3}$ mà $ME = m \Rightarrow MF^2 = m^2 + \frac{m^2}{9} = \frac{16}{4} + 4 \Leftrightarrow m^2 = \frac{26}{5}$

Khi đó ta có $\cos \sphericalangle MFD = \frac{EF}{MF} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi VTPT của CD là $\overrightarrow{n_{CD}} = (a;b)$, ta có: phương trình CD: $a(x - \frac{7}{3}) + b(y + 2) = 0$ và $\overrightarrow{n_{MN}} = (3;1)$

Mặt khác:

$$\cos(CD, MF) = \frac{|3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2 = 9a^2 + 6ab \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 4a = -3b \end{cases}$$

Với $a = 0$ chọn $b = 1$ ta có: CD: $y = -2$

Với $4a = -3b$ chọn $a=3$ và $b=-4$ ta có: CD: $3x - 4y - 15 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng CD là: $y = -2$ hoặc $3x - 4y - 15 = 0$

Câu 8

+) $2 \leq y \leq 12$

$$|x| \leq \sqrt{12}$$

$$x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{y(12-x^2)} = 12 - x\sqrt{12-y}$$

$$\Leftrightarrow 12y - x^2y = 144 - 24x\sqrt{12-y} + x^2(12-y)$$

$$\Leftrightarrow 12y - x^2y = 144 - 24x\sqrt{12-y} + 12x^2 - x^2y$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 24x\sqrt{12-y} + 12(12-y) = 0$$

$$y = 12 \Rightarrow x = 0 \text{ (loại)}$$

$$y \neq 12$$

$$\Rightarrow 12 \frac{x^2}{12-y} - \frac{24}{\sqrt{12-y}} + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{12-y}} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 12 - y$$

$$+) x = \sqrt{12 - y} \quad 0 \leq x \leq \sqrt{10} \quad (\text{do } 2 \leq y \leq 12)$$

$$x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y - 2}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{10 - x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 8x - 3 + 2 - 2\sqrt{10 - x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 1) + 2 \cdot \frac{(x - 3)(x + 3)}{1 + \sqrt{10 - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 3x + 1 + 2 \cdot \frac{x + 3}{\sqrt{10 - x^2} + 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Câu 9

Đáp án:

$$\begin{cases} x = y = 1; z = 0 \\ x = z = 1; y = 0 \end{cases}$$

Nguồn:  Hocmai.vn