KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018

Bài thi: TOÁN

*Thời gian làm bài: **90** phút, không kể thời gian phát đề*

Mã đề thi: 001

Câu 1 – A	Câu 11 – A	Câu 21 - B	Câu 31 – B	Câu 41 - A
Câu 2 – B	Câu 12 – A	Câu 22 - A	Câu 32 - D	Câu 42 - B
Câu 3 – C	Câu 13 – B	Câu 23 - C	Câu 33 - A	Câu 43 - D
Câu 4 – A	Câu 14 – B	Câu 24 - B	Câu 34 - B	Câu 44 - A
Câu 5 – A	Câu 15 – D	Câu 25 - D	Câu 35 - A	Câu 45 - D
Câu 6 – A	Câu 16 - D	Câu 26 - D	Câu 36 - B	Câu 46 - A
Câu 7 – D	Câu 17 - B	Câu 27 - A	Câu 37 - C	Câu 47 - B
Câu 8 – C	Câu 18 - A	Câu 28 - C	Câu 38 - D	Câu 48 - C
Câu 9 – D	Câu 19 - C	Câu 29 - A	Câu 39 - A	Câu 49 - A
Câu 10 – B	Câu 20 - D	Câu 30 - D	Câu 40 - B	Câu 50 - A

Câu 1.

Cách giải:

Điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức $z=-2+i$.

Chọn A.

Câu 2.

Cách giải:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}}=1$$

Chọn B.

Câu 3.

Cách giải:

Số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^{2}.

Chọn C.

Câu 4.

Cách giải:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Chọn A.

Câu 5.

Cách giải:

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-2;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Chọn A.

Câu 6.

Cách giải:

Công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int\limits_{a}^{b}f^{2}\left(x\right)dx$

Chọn A.

Câu 7.

Cách giải:

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt tiểu tại điểm $x=0$ và đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Chọn D.

Câu 8.

Cách giải:

Ta có: $\log a^{3}=3\log 3$.

Chọn C.

Câu 9.

Cách giải:

Ta có: $\int\left(3x^2+1\right)dx = x^3 + x + C$

Chọn D.

Câu 10.

Cách giải:

Khi chiếu điểm $A\left(3;-1;1\right)$ lên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ thì tung độ và cao độ giữ nguyên, hoành độ bằng 0.

Vậy $N\left(0;-1;1\right)$.

Chọn B.

Câu 11.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương với hệ số a âm.

Vậy chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 12.

Cách giải:

Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \left(-1;2;1\right)$.

Chọn A.

Câu 13.

Cách giải:

TXĐ: $D = R$

Ta có: $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;6\right)$.

Chọn B.

Câu 14.

Cách giải:

$S_{xq} = \pi rl = \pi.a.l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$

Vậy $l = 3a$.

Chọn B.

Câu 15.

Cách giải:

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng đi qua các điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$ là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn D.

Câu 16:

Phương pháp:

+) Đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất luôn có tiệm cận đứng.

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nếu $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$.

Cách giải:

+) Đáp án A: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-1} = x - 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Đáp án B: Ta có: $x^2 + 1 > 0\ \forall x \in R \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Đáp án C: Đồ thị hàm số chỉ có TCN.

+) Đáp án D: Có $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x}{x+1} = \infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn D.

Câu 17:

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.

Theo BBT ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Chọn B

Câu 18:

Phương pháp:

+) Tính đạo hàm của hàm số và giải phương trình $y'=0$.

+) Tính giá trị của hàm số tại các đầu mút của đoạn [-2; 3] và các nghiệm của phương trình $y'=0$.

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=4x^3-8x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{2} \\ x=\sqrt{2} \end{array}\right.$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2)=5 \\ f(-\sqrt{2})=1 \\ f(0)=5 \\ f(\sqrt{2})=1 \\ f(3)=50 \end{cases} \Rightarrow \underset{[-2;3]}{\text{Max}}\, f(x)=50.$$

Chọn A.

Câu 19:

Cách giải:

Ta có: $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}=\ln|x+3|\Big|_0^2=\ln 5-\ln 3=\ln\frac{5}{3}$.

Chọn C.

Câu 20:

Phương pháp:

+) Giải phương trình bậc hai ẩn z trên tập số phức.

+) Tính modun của số phức $z=a+bi$ bằng công thức $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Cách giải:

Ta có: $\Delta' = 4 - 3.4 = -8 = 8i^2$.

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{2+2\sqrt{2}i}{4} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \dfrac{2-2\sqrt{2}i}{4} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Chọn D.

Câu 21:

Phương pháp:

+) Khoảng cách giữa hai đường thẳng thuộc hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

Cách giải:

Ta có: $(ABCD)//(A'B'C'D') \Rightarrow d(BD; A'C') = d((ABCD);(A'B'C'D')) = a$.

Chọn B.

Câu 22:

Phương pháp:

Áp dụng công thức lãi suất kép: $T = P(1+r)^n$ với P là số tiền ban đầu, n là thời gian gửi, r là lãi suất và T là số tiền nhận được sau n tháng gửi.

Cách giải:

Ta có: $T = P(1+r)^n = 100(1+0,4\%)^6 \approx 102,424$ triệu.

Chọn A

Câu 23:

Cách giải:

Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ 11 quả cầu nên ta có: $n_\Omega = C_{11}^2 = 55$.

Gọi biến cố A: "Chọn được hai quả cầu cùng màu".

$\Rightarrow n_A = C_5^2 + C_6^2 = 25.$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n_A}{n_\Omega} = \dfrac{25}{55} = \dfrac{5}{11}.$

Chọn C

Câu 24:

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1).$

Mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên nhận vecto AB làm vecto pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB là:

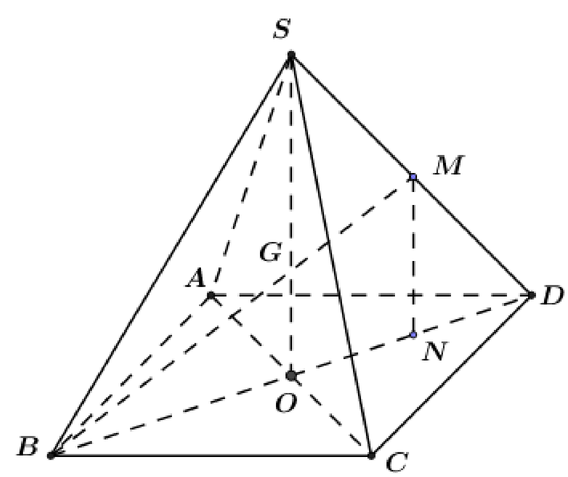
$$3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0$$

Chọn B.

Câu 25:

Cách giải:

Gọi G là giao điểm của BM và SO.



Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại N. Khi đó ta có $MN//SO \Rightarrow MN \perp (ABCD).$

$\Rightarrow$ N là hình chiếu của M trên (ABCD).

$\Rightarrow (BM;\ (ABCD)) = (BM; BD) = MBD.$

Xét tam giác SBD ta có MB và BD là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G $\Rightarrow$ G là trọng tâm tam giác SBD.

$\Rightarrow OG = \dfrac{1}{3}SO.$

Ta có: $BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OG = \dfrac{a\sqrt{2}}{6}.$

$\Rightarrow \tan MBD = \dfrac{OG}{OB} = \dfrac{a\sqrt{2}}{6}.\dfrac{2}{a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{3}.$

Chọn D.

Câu 26:

Cách giải:

Điều kiện: $n \in N^*;\ n \geq 2.$

Theo đề bài ta có: $C_n^1 + C_n^2 = 55$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{1!.(n-1)!} + \frac{n!}{2!.(n-2)!} = 55$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} + \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 55$$

$$\Leftrightarrow 2n + n(n-1) = 110$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 10\ \ (tm) \\ n = -11\ \ (ktm). \end{array}\right.$$

Ta có khai triển: $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{3k}.2^{10-k}.\left(x^{-2}\right)^{10-k} = \sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k}.x^{5k-20}.$

Để có hệ số không chứa x thì: $5k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = 4.$

Hệ số không chứa x là: $C_{10}^4.2^6 = 13440.$

Chọn D.

Câu 27:

Cách giải:

Điều kiện: $x > 0.$

$$\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x.\log_{3^2} x.\log_{3^3} x.\log_{3^4} x = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}\left(\log_3 x\right)^4 = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left(\log_3 x\right)^4 = 16$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3^2 = 9 \ (tm) \\ x_2 = 3^{-2} = \frac{1}{9} \ (tm) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 9 + \frac{1}{9} = \frac{82}{9}.$$

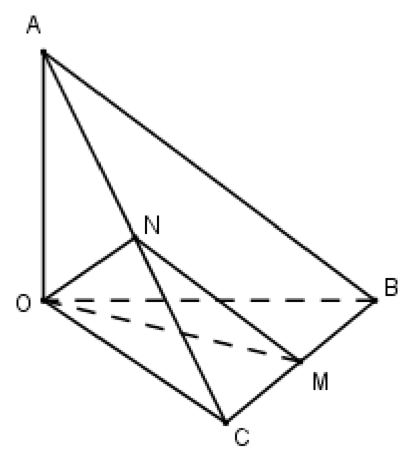
Chọn A.

Câu 28.

Phương pháp:

Dựng đường thẳng d qua M và song song với AB, khi đó $\left(OM;AB\right) = \left(OM;d\right)$

Cách giải:



Gọi N là trung điểm của AC ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC nên AB // MN

$\Rightarrow \left(OM;AB\right) = \left(OM;MN\right)$

Đặt $OA = OB = OC = 1$ ta có:

Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB = \sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Tam giác OAC vuông cân tại O nên $AC = \sqrt{2} \Rightarrow ON = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Tam giác OBC vuông cân tại O nên $BC = \sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy tam giác OMN đều nên $\left(OM;MN\right) = OMN = 60^0$

Chọn C.

Câu 29.

Phương pháp:

+) Gọi đường thẳng cần tìm là Δ ta có: $\Delta \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)}$

+) Gọi $A = \Delta \cap d_1; B = \Delta \cap d_2$, tham số hóa tọa độ điểm A, B.

+) Thử trực tiếp các đáp án bằng cách thay điểm A, B ở trên vào phương trình đường thẳng ở từng đáp án và rút ra kết luận.

Cách giải:

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ . Vì $\Delta \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (1;2;3)$

Khi đó phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-x_0}{1} = \frac{y-y_0}{2} = \frac{z-z_0}{3}$

Gọi

$$A = d_1 \cap \Delta \Rightarrow A(3-t;3-2t;-2+t)$$
$$B = d_2 \cap \Delta \Rightarrow B(5-3t';-1+2t';2+t')$$

Ta thử từng đáp án:

Đáp án A:

$$A \in \Delta \Rightarrow \frac{3-t-1}{1} = \frac{3-2t+1}{2} = \frac{-2+t}{3} \Leftrightarrow \frac{2-t}{1} = \frac{4-2t}{2} = \frac{-2+t}{3} \Leftrightarrow 12-6t = -4+2t \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(1;-1;0)$$
$$B \in \Delta \Rightarrow \frac{5-3t'-1}{1} = \frac{-1+2t'+1}{2} = \frac{2+t'}{3} \Leftrightarrow \frac{4-3t'}{1} = t' = \frac{t'+2}{3} \Leftrightarrow t' = 1 \Rightarrow B(2;1;3)$$

Vậy đáp án A có đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ vuông góc với mp(P) và cắt d_1 tại $A(1;-1;0)$, cắt d_2 tại $B(2;1;3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Câu 30.

Phương pháp:

Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \ \forall x \in (0;+\infty)$, cô lập m, đưa bất đẳng thức về dạng

Cách giải:

$$y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$$

Ta có:

$y' = 3x^2 + m - \frac{1}{5}.\left(-5x^{-6}\right) = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6} > 0\ \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow -m < 3x^2 + \frac{1}{x^6} = f(x)\ \forall x \in (0;+\infty)$

$\Rightarrow -m < \min\limits_{(0;+\infty)} f(x)$

$f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \geq 4\sqrt[4]{1} = 4 \Rightarrow \min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 4$

$\Leftrightarrow -m < 4 \Leftrightarrow m > -4$

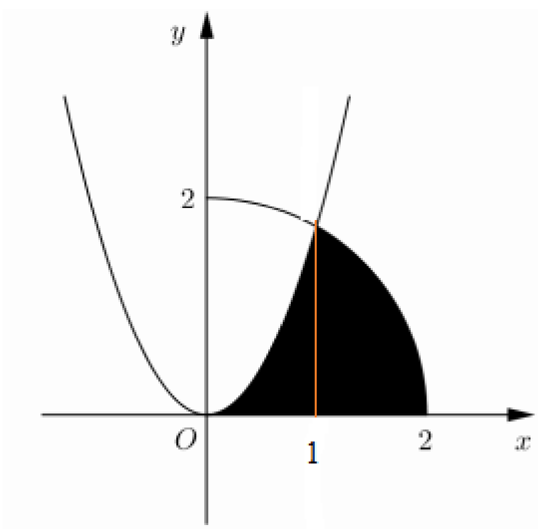
Mà m là số nguyên âm $\Rightarrow m \in \{-3;-2;-1\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 31.

Cách giải:



Ta có:

$\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2-1\right)\left(x^2+4\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1(TM) \\ x = -1(L) \end{array}\right.$

Do đó:

$S = \int\limits_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int\limits_1^2 \sqrt{4-x^2}dx = \frac{\sqrt{3}}{3}x^3\Big|_0^1 + \int\limits_1^2 \sqrt{4-x^2}dx = \frac{\sqrt{3}}{3} + \int\limits_1^2 \sqrt{4-x^2}dx$

Tính $I = \int\limits_1^2 \sqrt{4-x^2}dx$.

Đặt $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow \sin t = \dfrac{1}{2} \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{6} \\ x=2 \Rightarrow \sin t = 1 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

$$I = \int_1^2 \sqrt{4-x^2}dx = \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos tdt = \int_{\pi/6}^{\pi/2} 4\cos^2 tdt = \int_{\pi/6}^{\pi/2} 2(\cos 2t+1)dt$$

$$= \sin 2t\Big|_{\pi/6}^{\pi/2} + 2t\Big|_{\pi/6}^{\pi/2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $S = \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{2\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

Chọn B.

Câu 32.

Cách giải:

Tính $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}$.

Đặt $t = \sqrt{x} + \sqrt{x+1} \Rightarrow dt = \left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)dx = \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x}\sqrt{x+1}}dx = \dfrac{tdx}{2\sqrt{x}\sqrt{x+1}} \Rightarrow \dfrac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{x+1}} = \dfrac{2dt}{t}$

Suy ra $I = \displaystyle\int_{1+\sqrt{2}}^{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \frac{2dt}{t^2} = -\frac{2}{t}\Big|_{1+\sqrt{2}}^{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = -2\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right) = \sqrt{32} - \sqrt{12} - 2$

Do đó $a = 32; b = 12; c = 2 \Rightarrow a+b+c = 46$.

Chọn D.

Câu 33.

Cách giải:

Tứ diện đều cạnh a có chiều cao $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow h = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác BCD đều nên bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} = \dfrac{4\sqrt{3}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình trụ $S = 2\pi rh = 2\pi.\dfrac{4\sqrt{3}}{6}.\dfrac{4\sqrt{6}}{3} = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Chọn A.

Câu 34.

Cách giải:

Xét phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0\Leftrightarrow\left(\frac{4}{3}\right)^{2x}-2.\left(\frac{4}{3}\right)^x+m-2=0$

Đặt $t=\left(\frac{4}{3}\right)^x>0$ ta được $t^2-2t+m-2=0\Leftrightarrow m=2+2t-t^2\,(*)$.

Để phương trình đã cho có nghiệm dương $x>0$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm $t=\left(\frac{4}{3}\right)^x>1$.

Xét hàm $f(t)=2+2t-t^2, t\in(1;+\infty)$ có: $f'(t)=2-2t<0,\forall t>1$ nên hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Suy ra $f(t)<f(1)=3\Rightarrow m<3$.

Mà m nguyên dương nên $m\in\{1;2\}$.

Chọn B.

Câu 35.

Cách giải:

Ta có: $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x\Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x$.

Đặt $\sqrt[3]{m+3\sin x}=u\Rightarrow m+3\sin x=u^3$ thì phương trình trên trở thành $m+3u=\sin^3 x$

Đặt $\sin x=v$ thì ta được

$$\begin{cases}m+3v=u^3\\ m+3u=v^3\end{cases}\Rightarrow 3(v-u)+(v-u)(v^2+uv+u^2)=0\Leftrightarrow(v-u)(3+v^2+uv+u^2)=0$$

Do $3+v^2+uv+u^2>0,\forall u,v$ nên phương trình trên tương đương $u=v$.

Suy ra $\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin x\Leftrightarrow m=\sin^3 x-3\sin x$.

Đặt $\sin x=t\,(-1\le t\le 1)$ và xét hàm $f(t)=t^3-3t$ trên $[-1;1]$ có $f'(t)=3t^2-3\le 0,\forall t\in[-1;1]$

Nên hàm số nghịch biến trên $[-1;1]\Rightarrow -1=f(1)\le f(t)\le f(-1)=2\Rightarrow -2\le m\le 2$.

Vậy $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Chọn A.

Câu 36.

Phương pháp:

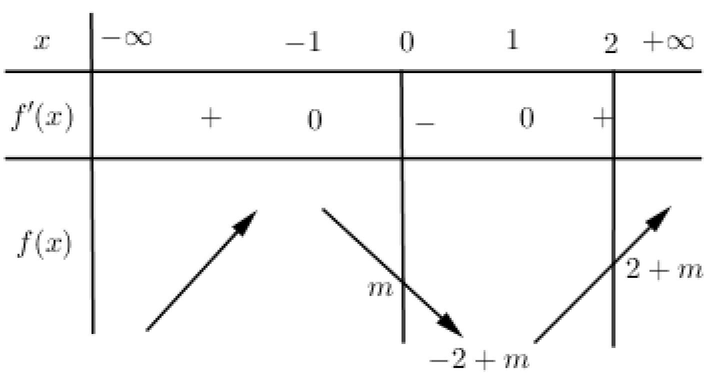
+) Lập BBT của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên $[0;2]$

+) Xét các trường hợp dấu của các điểm cực trị.

Cách giải :

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên $[0;2]$ ta có : $f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

BBT :



TH1 : $2+m<0 \Leftrightarrow m<-2 \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=-(-2+m)=2-m \Leftrightarrow 2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (ktm)

TH2 : $\begin{cases} m+2>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<0 \Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]} y=2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (tm)

TH3 : $\begin{cases} m>0 \\ -2+m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2 \Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]} y=2+m=3 \Leftrightarrow m=1$ (tm)

TH4 : $-2+m>0 \Leftrightarrow m>2 \Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]} y=2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (ktm)

Chọn B.

Câu 37.

Phương pháp :

+) $f(x)=\int f'(x)dx$, sử dụng giả thiết $f(0)=1$ tìm hằng số C.

+) Tính $f(-1);f(3)$ bằng cách thay x = -1 và x = 3.

Cách giải :

Ta có : $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)dx=2\int\frac{1}{2x-1}dx=\frac{2}{2}\ln\left|2x-1\right|+C=\ln\left|2x-1\right|+C$

$f\left(0\right)=C=1\Leftrightarrow f\left(x\right)=\ln\left|2x-1\right|+1$

$\Rightarrow f\left(-1\right)=\ln 3+1;\ f\left(3\right)=\ln 5+1\Rightarrow f\left(-1\right)+f\left(3\right)=\ln 3+\ln 5+2=\ln 15+2$

Chọn B.

Câu 38.

Phương pháp :

+) Thay $z=a+bi$ vào biểu thức đề bài, rút gọn đưa về dạng $A+Bi=0$

+) Sử dụng định nghĩa hai số phức bằng nhau suy ra $\begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$, giải hệ phương trình tìm a, b.

Cách giải :

$z+2+i-\left|z\right|\left(1+i\right)=0$

$\Leftrightarrow a+bi+2+i-\sqrt{a^2+b^2}\left(1+i\right)=0$

$\Leftrightarrow a+2-\sqrt{a^2+b^2}+\left(b+1-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+2-\sqrt{a^2+b^2}=0\\b+1-\sqrt{a^2+b^2}=0\end{cases}\Leftrightarrow a-b+1=0\Leftrightarrow b=a+1$

$\Rightarrow a+2-\sqrt{a^2+\left(a+1\right)^2}=0$

$\Leftrightarrow a+2=\sqrt{2a^2+2a+1}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\a^2+4a+4=2a^2+2a+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\a^2-2a-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\\left[\begin{array}{l}a=3\quad(tm)\\a=-1\ (tm)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}\\\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}\end{array}\right.$

Vì $\left|z\right|>1\Rightarrow z=3+4i\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}\Rightarrow P=a+b=3+4=7$

Chọn D.

Câu 39.

Phương pháp :

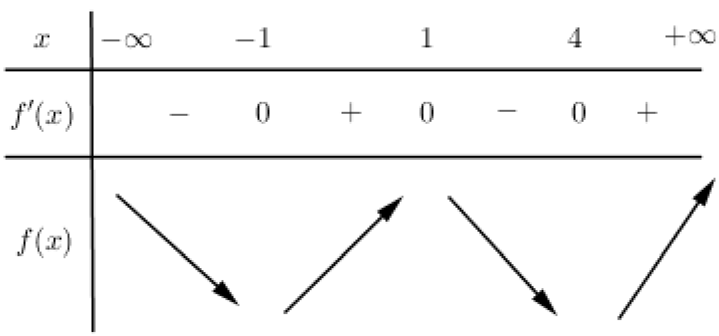
+) Xác định các điểm cực trị (các điểm là nghiệm của phương trình $f'(x)=0$), các khoảng đơn điệu của đồ thị hàm số $y=f(x)$, từ đó lập BBT của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

+) Từ BBT của đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra BBT của đồ thị hàm số $y=f(-x)$ bằng cách lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x)$ qua trục tung.

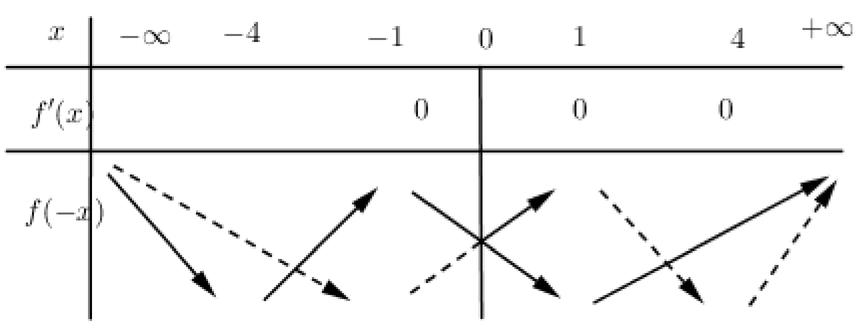
+) Nhận xét đồ thị hàm số $y=f(2-x)$ và $y=f(-x)$ có các khoảng đơn điệu giống nhau và rút ra kết luận.

Cách giải :

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau :



Ta có nhận xét đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f(-x)$ đối xứng nhau qua trục tung nên ta có BBT của đồ thị hàm số $y=f(-x)$ như sau :



Đồ thị hàm số $y=f(2-x)$ là ảnh của phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(-x)$ theo vector $(0;2)$ nên tính đồng biến, nghịch biến trên các khoảng không thay đổi so với đồ thị hàm số $y=f(-x)$.

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(1;3)$.

Chọn A.

Câu 40.

Phương pháp :

+) Giả sử tiếp tuyến đi qua $A(a;1)$ là tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=x_0$, viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=x_0$ là : $y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}$ (d)

+) $A\in d\Rightarrow$ Thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d, tìm điều kiện để phương trình đó có duy nhất nghiệm x_0

Cách giải :

TXĐ : $x=R\setminus\{1\}$; $y'=\frac{-1}{(x-1)^2}$

Giả sử tiếp tuyến đi qua $A(a;1)$ là tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=x_0$, khi đó phương trình tiếp tuyến có dạng : $y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}$ (d)

Vì $A\in d$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có :

$$1=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(a-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}$$
$$\Leftrightarrow -a+x_0-x_0^2+3x_0-2=x_0^2-2x_0+1$$
$$\Leftrightarrow 2x_0^2-6x_0+3+a=0\ (*)$$

Để chỉ có 1 tiếp tuyến duy nhất đi qua A thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta'=0\Leftrightarrow 9-2(3+a)=0\Leftrightarrow 3-2a=0\Leftrightarrow a=\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$$

Chọn B.

Câu 41:

Cách giải:

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, với $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Ta có $OA=OB=OC\Leftrightarrow |a|=|b|=|c|$ và $M\in(P)\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1$ $\qquad (*)$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a=b=c \\ a=-b=c \end{array}\right.$ và $\left[\begin{array}{l} a=b=-c \\ a=-b=-c \end{array}\right.$, mà $a=b=-c$ không thỏa mãn điều kiện $(*)$.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Câu 42:

Cách giải:

Đặt $t=\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}\geq 0 \Leftrightarrow \log u_1-2\log u_{10}=t^2-2,$ khi đó giả thiết trở thành:

..

$\Rightarrow \log u_1-2\log u_{10}=-1 \Leftrightarrow \log u_1+1=2\log u_{10} \Leftrightarrow \log(10u_1)=\log(u_{10})^2 \Leftrightarrow 10u_1=(u_{10})^2 \qquad (1).$

Mà $u_{n+1}=2u_n \longrightarrow u_n$ là cấp số nhân với công bội $q=2 \Rightarrow u_{10}=2^9u_1 \qquad (2).$

Từ $(1),(2)$ suy ra $10u_1=(2^9u_1)^2 \Leftrightarrow 2^{18}u_1^2=10u_1 \Leftrightarrow u_1=\dfrac{10}{2^{18}} \Rightarrow u_n=2^{n-1}.\dfrac{10}{2^{18}}=\dfrac{2^n.10}{2^{19}}.$

Do đó $u_n>5^{100} \Leftrightarrow \dfrac{2^n.10}{2^{19}}>5^{100} \Leftrightarrow n>\log_2\left(\dfrac{5^{100}.2^{19}}{10}\right)=-\log_2 10+100\log_2 5+19\approx 247,87.$

Vậy giá trị n nhỏ nhất thỏa mãn là $n=248.$

Chọn B.

Câu 43.

Phương pháp :

+) Lập bảng biến thiên của đồ thị hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$.

+) Từ BBT của đồ thị hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$ suy ra BBT của đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$.

+) Dựa vào đồ thị của hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$, tìm điều kiện để nó có 7 cực trị.

Cách giải :

Xét hàm số $y=3x^4-4x^3-12x^2+m$ có $y'=12x^3-12x^2-24x=0 \Leftrightarrow 12x(x^2-x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Lập BBT của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=3x^4-4x^3-12x^2+m$ ta có :

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ được vẽ bằng cách :

+) Lấy đối xúng phần đồ thị hàm số nằm phía dưới trục Ox qua trục Ox.

+) Xóa đi phần đồ thị bên dưới trục Ox.

Do đó để đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị thì :

$$\begin{cases} f\left(0\right)>0 \\ f\left(-1\right)<0 \\ f\left(2\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -5+m<0 \\ -32+m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<5$$

$m\in Z\Rightarrow m\in\left\{1;2;3;4\right\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 44:

Cách giải: Ta có $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=k\left(1;-2;2\right)\Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\left(d\right)$ là $\vec{u}=\left(1;-2;2\right)$.

Chú ý: Với I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, ta có đẳng thức vectơ sau:

$$BC.\overrightarrow{IA}+CA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow \text{ Tọa độ điểm } I \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x_I=\dfrac{BC.x_A+CA.x_B+AB.x_C}{BC+CA+AB} \\ y_I=\dfrac{BC.y_A+CA.y_B+AB.y_C}{BC+CA+AB} \\ z_I=\dfrac{BC.z_A+CA.z_B+AB.z_C}{BC+CA+AB} \end{cases}$$

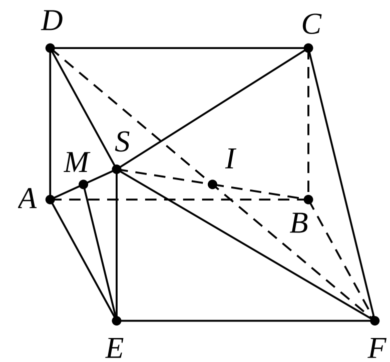
Khi đó, xét tam giác ABO $\Rightarrow$ Tâm nội tiếp của tam giác là $I\left(0;1;1\right)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $(d): \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+1}{2}$

Chọn A.

Câu 45:

Cách giải:



Gọi M, I lần lượt là trung điểm của $DF, DE \Rightarrow AM \perp (DCEF)$.

Vì S là điểm đối xứng với B qua $DE \Rightarrow M$ là trung điểm của SA.

Suy ra $SA \perp (DCEF)$ và $SM = AM = \dfrac{1}{2}DF = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $V_{ABCDSEF} = V_{ADF.BCE} + V_{S.DCEF} = AB.S_{\Delta ADF} + \dfrac{1}{3}.SM.S_{DCEF}$

$\Rightarrow V_{ABCDSEF} = 1.\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2} = \dfrac{5}{6}$.

Chọn D.

Câu 46:

Cách giải:

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z

Từ giả thiết, ta có $|z-4-3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$ suy ra M thuộc đường tròn (C) tâm $I(4;3)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Khi đó $P = MA + MB$, với $A(-1;3)$, $B(1;-1)$.

Ta có $P^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA.MB \le 2(MA^2 + MB^2)$

Gọi $E(0;1)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow ME^2 = \dfrac{MA^2 + MB^2}{2} - \dfrac{AB^2}{4}$.

Do đó $P^2 \le 4.MI^2 + AB^2$ mà $ME \le CE = 3\sqrt{5}$ suy ra $P^2 \le 4.(3\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 200$.

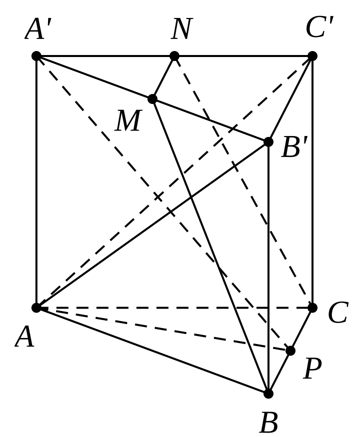
Với C là giao điểm của đường thẳng EI với đường tròn (C).

Vậy $P \le 10\sqrt{2}$. Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} MA = MB \\ M \equiv C \end{cases} \Rightarrow M(6;4) \Rightarrow a + b = 10$.

Chọn A.

Câu 47:

Cách giải:



Dễ thấy $\left(AB'C'\right);\left(MNP\right)=\left(AB'C'\right);\left(MNCB\right)$

$$=180^0-\left(AB'C'\right);\left(A'B'C'\right)-\left(MNBC\right);\left(A'B'C'\right)$$
$$=180^0-\left(A'BC\right);\left(ABC\right)-\left(MNBC\right);\left(ABC\right).$$

Ta có $\left(A'BC\right);\left(ABC\right)=\left(A'P;AP\right)=A'PA=\arctan\frac{2}{3}.$

Và $\left(MNBC\right);\left(ABC\right)=\left(SP;AP\right)=SPA=\arctan\frac{4}{3},$ với S là điểm đối xứng với A qua $A',$ thì $SA=2AA'=4.$

Suy ra $\cos\left(AB'C'\right);\left(MNP\right)=\cos\left(180^0-\arctan\frac{2}{3}-\arctan\frac{4}{3}\right)=\frac{\sqrt{13}}{65}.$

Chọn B.

Câu 48:

Cách giải:

Câu 49.

Phương pháp:

+) Xếp số học sinh lớp 12C trước, tạo ra các khoảng trống, sau đó xếp các học sinh lớp 12A và 12B vào các vị trí trống đó.

+) Tính số phần tử của không gian mẫu và số kết quả thuận lợi của biến cố, sau đó tính xác suất của biến cố.

Cách giải:

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số cách xếp 10 học sinh thành 1 hành ngang là 10! (cách) $\Rightarrow\left|\Omega\right|=10!$

Ta xếp 5 học sinh lớp 12C trước.

TH1: $C-C-C-C-C-$ (quy ước vị trí của – là vị trí trống), đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có 5! Cách xếp.

Xếp 5 học sinh còn lại vào 5 vị trí trống ta có 5! cách xếp. Vậy trường hợp này có 5!.5! cách.

TH2: $-C-C-C-C-C$, tương tự như trường hợp 1 ta có 5!.5! cách.

TH3: $C-C-C-C--C$, đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có 5! Cách xếp.

Ta có 2 vị trí trống liền nhau, chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B để xếp vào 2 vị trí trống đó, 2 học sinh này có thể đổi chỗ cho nhau nên có $C_2^1.C_3^1.2!=2.3.2=12$ cách. Xếp 3 học sinh còn lại vào 3 chỗ trống có 3! Cách.

Vậy trường hợp này có 5!.12.3! cách.

TH4: $C-C-C--C-C$

TH5: $C-C--C-C-C$

TH6: $C--C-C-C$

Ba trường hợp 4, 5, 6 có cách xếp giống trường hợp 3.

Vậy có tất cả 5!.5!.2 + 4.5!.12.3! = 63360 (cách)

Gọi T là biến cố "Xếp 10 học sinh thành hàng ngang sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng cạnh nhau" $\Rightarrow |A|=63360$

Vậy xác suất của biến cố T là $P(T)=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$

Chọn A.

Câu 50:

Cách giải:

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=3x^2\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=x^3 \end{cases}$, khi đó $\int_0^1 3x^2 f(x)dx = x^3.f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 x^3\, f'(x)dx$

Suy ra $1=f(1)-\int_0^1 x^3\, f'(x)dx \Rightarrow \int_0^1 x^3\, f'(x)dx=-1 \Leftrightarrow \int_0^1 7x^3\, f'(x)dx=-7.$

Khi đó $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 dx+\int_0^1 7x^3\, f'(x)dx=0 \Leftrightarrow \int_0^1 f'(x)\left[f'(x)+7x^3\right]dx=0$

Vậy $f'(x)+7x^3=0 \Rightarrow f(x)=-\dfrac{7}{4}x^4+C$ mà $f(1)=0 \Rightarrow f(x)=\dfrac{7}{4}\left(1-x^2\right) \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=\dfrac{7}{5}.$

Chọn A.